

Disciplina: **MATEMÁTICA**

Prova: **DESAFIO**

RESOLUÇÃO

PARA QUEM CURSA O 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM 2019

QUESTÃO 16

Como prêmio de final de ano, o dono de uma loja quer dividir uma quantia de R\$ 1500,00 entre seus dois funcionários, em partes inversamente proporcionais ao tempo de atraso de cada funcionário no mês de novembro, sendo que o primeiro funcionário totalizou atrasos de 20min e o segundo, atrasos de 30min. Em relação às quantias recebidas,

- a) o primeiro funcionário recebeu R\$ 200,00 a mais que o segundo.
- b) o primeiro funcionário recebeu 50% a menos que o segundo.
- c) o segundo funcionário recebeu metade da quantia do primeiro.
- d) o primeiro funcionário recebeu R\$ 300,00 a mais que o segundo.
- e) o primeiro funcionário recebeu 75% a mais que o segundo.

RESOLUÇÃO

Sendo x e y as quantias, em reais, recebidas respectivamente pelo primeiro e pelo segundo funcionário, temos:

O primeiro funcionário recebeu $x = \frac{18000}{20} = 900$. O segundo recebeu $y = \frac{18000}{30} = 600$.

O primeiro recebeu $900 - 600 = 300$ a mais que o segundo.

Resposta: D

QUESTÃO 17

A quantia de R\$ 7000,00 foi aplicada durante dois meses a juros compostos, à taxa de 2% ao mês. Sabendo que não haverá retirada no período, o montante será

- a) igual a R\$ 7282,80
- b) menor que R\$ 7282,80
- c) maior que R\$ 7282,80
- d) igual a R\$ 7288,80
- e) maior que R\$ 7282,81

RESOLUÇÃO

O montante, capital mais juros, de uma aplicação a juros compostos é dado pela fórmula

$$M = C \cdot (1 + i)^n, \text{ desta forma,}$$

$$M = 7000 \cdot (1 + 0,02)^2$$

$$M = 7000 \cdot 1,0404$$

$$M = 7282,80$$

Resposta: A

QUESTÃO 18

A área de um retângulo é representada pela expressão algébrica $9x^2 + 3x$ e o comprimento, por $1,5x$. A largura do retângulo é igual a:

- a) 9, para $x = 1,5$
- b) 10, para $x = 1,25$
- c) 14, para $x = 1,75$
- d) 16, para $x = 2,25$
- e) 17, para $x = 2,5$

RESOLUÇÃO

$$A = C \cdot \ell$$

$$\ell = \frac{A}{C} = \frac{9x^2 + 3x}{1,5x} = 6x + 2$$

$$\ell = 6 \cdot 1,5 + 2 = 9 + 2 = 11$$

$$\ell = 6 \cdot 1,25 + 2 = 7,5 + 2 = 9,5$$

$$\ell = 6 \cdot 1,75 + 2 = 10,5 + 2 = 12,5$$

$$\ell = 6 \cdot 2,25 + 2 = 13,5 + 2 = 15,5$$

$$\ell = 6 \cdot 2,5 + 2 = 15 + 2 = 17$$

Resposta: E

QUESTÃO 19

O m.m.c. entre as expressões algébricas $2x + 14$, $(3x + 21) \cdot (3x - 21)$ e $(x - 7)^2$ é:

- a) $3 \cdot (x - 7)^2$
- b) $(2x + 14) \cdot (x - 7)$
- c) $9 \cdot (x + 7) \cdot (x - 7)$
- d) $18 \cdot (x + 7)^2 \cdot (x - 7)$
- e) $18 \cdot (x + 7) \cdot (x - 7)^2$

RESOLUÇÃO

$$2x + 14 = 2 \cdot (x + 7)$$

$$(3x + 21) \cdot (3x - 21) = 3 \cdot 3 \cdot (x + 7) \cdot (x - 7) = 9 \cdot (x + 7) \cdot (x - 7)$$

O m.m.c. é formado por todos os fatores (comuns e não comuns) e com o maior expoente. Assim,

$$\text{m.m.c.} = 2 \cdot 9 \cdot (x - 7)^2 \cdot (x + 7)$$

Resposta: E

QUESTÃO 20

O número de diagonais que não passam pelo centro do icosaágono regular inscrito em uma circunferência é igual a:

- a) $2^3 \cdot 5^2$
- b) $2^4 \cdot 5^2$
- c) $2^6 \cdot 5$
- d) $2^5 \cdot 5$
- e) $2^4 \cdot 5$

RESOLUÇÃO

Sejam d_T , d_{pc} e d_{npc} o número total de diagonais, número de diagonais que passam pelo centro e número de diagonais que não passam pelo centro. Temos, lembrando que o icosaágono possui 20 lados, que:

$$d_T = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \Leftrightarrow \frac{\cancel{20} \cdot (20 - 3)}{\cancel{2}} = 170$$

$$d_{pc} = \frac{n}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$d_{npc} = d_T - d_{pc} = 170 - 10 = 160 = 2^4 \cdot 2^1 \cdot 5^1 = 2^5 \cdot 5$$

Resposta: D

QUESTÃO 21

Numa corrida de 5000 metros, o primeiro colocado vence o segundo por 400 metros e o segundo vence o terceiro por 200 metros. Qual a soma das distâncias percorridas pelos três corredores no instante em que o primeiro colocado atinge a marca de chegada?

- a) 1 400 000 dm
- b) 13 600 metros
- c) 13 km
- d) 14 km
- e) 140 000 cm

RESOLUÇÃO

No instante em que o primeiro colocado atingiu a marca de chegada, os três primeiros colocados percorreram:

1.º colocado	5 000 m
2.º colocado	4 600 m
3.º colocado	4 400 m
Total	14 000 m = 14 km

Resposta: D

QUESTÃO 22

$$\text{Se } \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5z = 23 \\ 6z = 18 \end{cases}$$

então $x^2 + y^2 : z^{-1}$ é igual a um número:

- a) ímpar e múltiplo inteiro de 5.
- b) par e divisor natural de 30.
- c) quadrado perfeito.
- d) múltiplo e divisor natural de 10.
- e) primo.

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5z = 23 \\ 6z = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5 \cdot 3 = 23 \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 14 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Assim, } x^2 + y^2 : z^{-1} &= 1^2 + 2^2 : 3^{-1} \\ &= 1 + 4 : \frac{1}{3} \\ &= 1 + 4 \cdot 3 \\ &= 1 + 12 \\ &= 13 \end{aligned}$$

Resposta: E

QUESTÃO 23

Uma sacola contém bolas brancas e bolas vermelhas. Se o número total de bolas for 65 e o número de bolas brancas for igual a $\frac{5}{8}$ do número de bolas vermelhas, então o número de bolas brancas será igual a:

a) $\sqrt{225}$

b) $\sqrt{400}$

c) $\sqrt{625}$

d) $\sqrt{900}$

e) $\sqrt{1600}$

RESOLUÇÃO

Sendo B o número de bolas brancas e V o número de bolas vermelhas, temos $B = \frac{5}{8} V$ e $B + V = 65$. Assim:

$$\frac{5}{8} V + V = 65 \Leftrightarrow 13 V = 520 \Leftrightarrow V = 40$$

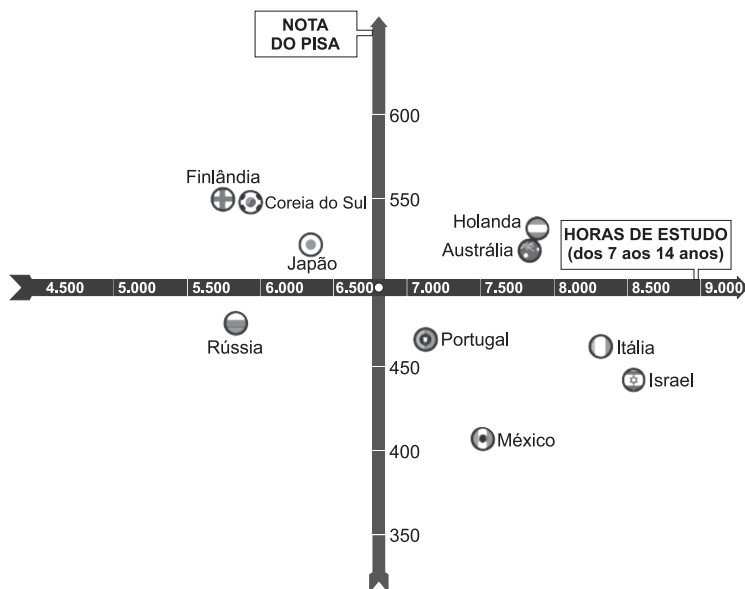
$$B = \frac{5}{8} \cdot V = \frac{5}{8} \cdot 40 = 25 = \sqrt{625}$$

Resposta: C

QUESTÃO 24

O cruzamento da quantidade de horas estudadas com o desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.

NOTAS NO PISA E CARGA HORÁRIA (PAÍSES SELECIONADOS)*



*Considerando as médias de cada país no exame de matemática.

(Nova Escola, São Paulo, dez. 2010. Adaptado.)

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é

- a) Finlândia.
- b) Holanda.
- c) Israel.
- d) México.
- e) Rússia.

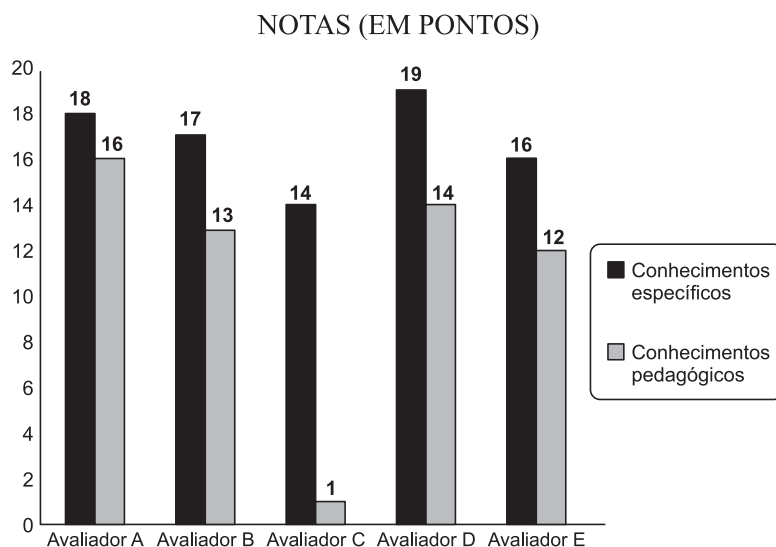
RESOLUÇÃO

Dos países com notas abaixo da média (Rússia, Portugal, Itália, Israel e México), de acordo com o gráfico pode-se notar que Israel é o que apresenta maior quantidade de horas de estudo (esta mais a direita), aproximadamente 8 500 horas.

Resposta: C

QUESTÃO 25

As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é

- a) 0,25 ponto maior.
- b) 1,00 ponto maior,
- c) 1,00 ponto menor.
- d) 1,25 ponto maior.
- e) 2,00 pontos menor.

RESOLUÇÃO

I) Média anterior:

$$m_a = \frac{18 + 16 + 17 + 13 + 14 + 1 + 19 + 14 + 16 + 12}{10} = \frac{140}{10} = 14$$

II) Nova média, com o descarte da maior e da menor notas atribuídas:

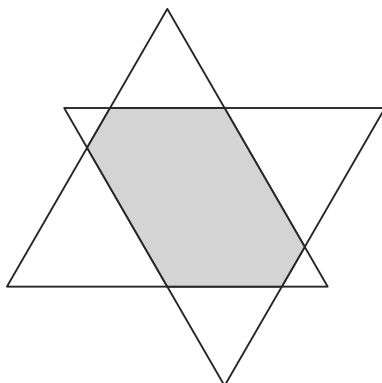
$$m_b = \frac{18 + 16 + 17 + 13 + 14 + 14 + 16 + 12}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

III) Assim, $m_b - m_a = 15 - 14 = 1,00$

Resposta: B

QUESTÃO 26

Dois triângulos equiláteros de perímetro 36 cm cada, são sobrepostos de modo que a região comum dos triângulos seja um hexágono com pares de lados paralelos, conforme a figura abaixo.

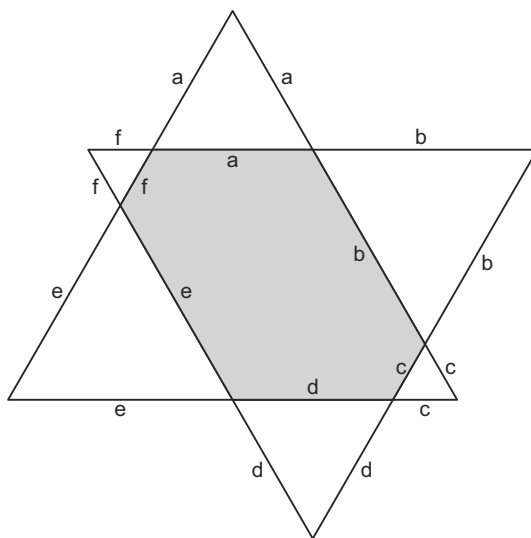


Qual é o perímetro desse hexágono?

- a) 12 cm b) 16 cm c) 18 m d) 24 cm e) 36 cm

RESOLUÇÃO

Primeiro, observe que, como o hexágono tem lados opostos paralelos, os seis triângulos menores da figura do problema também são equiláteros, devido ao paralelismo, que mantém os ângulos entre retas iguais a 60° (já que, inicialmente, as retas formavam ângulos de 60° , devido aos dois triângulos equiláteros). Logo, podemos escrever as medidas dos lados como na figura:



A soma dos perímetros dos dois triângulos equiláteros é igual a $3(a + b + c + d + e + f)$, e como cada triângulo equilátero tem perímetro 36 cm, temos $3(a + b + c + d + e + f) = 72$, isto é, $a + b + c + d + e + f = 24$. Como esse também é o perímetro do hexágono, temos que o perímetro procurado é 24 cm.

Resposta: D

QUESTÃO 27

Um time de futebol ganhou 8 jogos a mais do que perdeu e empatou 3 jogos a menos do que ganhou, em 31 partidas jogadas. Quantas partidas o time venceu?

- a) 11
- b) 14
- c) 15
- d) 17
- e) 23

RESOLUÇÃO

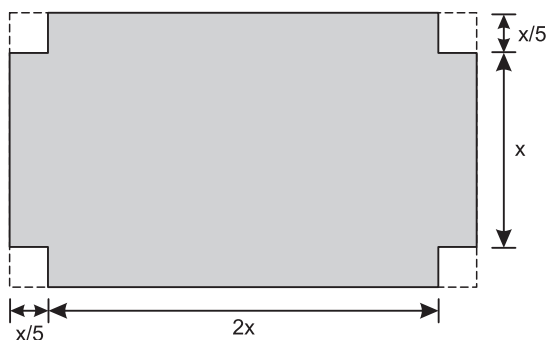
Seja n o número de partidas que o time venceu. Então perdeu $n - 8$ e empatou $n - 3$ jogos.

Portanto, $n + n - 8 + n - 3 = 31 \Leftrightarrow 3n - 11 = 31 \Leftrightarrow 3n = 42 \Leftrightarrow n = 14$, isto é, o time venceu 14 partidas.

Resposta: B

QUESTÃO 28

A figura abaixo é a planificação de uma caixa sem tampa:

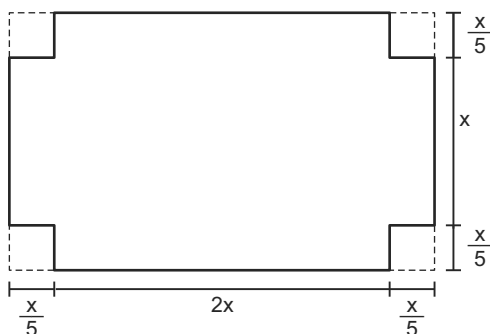


Se o material utilizado custa R\$ 10,00 por metro quadrado, qual é o custo de uma dessas caixas de 50 litros considerando-se apenas o custo da folha retangular plana?

- a) R\$ 6,80
- b) R\$ 8,40
- c) R\$ 9,20
- d) R\$ 10,20
- e) R\$ 11,10

RESOLUÇÃO

Do enunciado, temos a figura:



Sendo $50\ell = 50 \text{ dm}^3$, temos que $2x \cdot x \cdot \frac{x}{5} = 50$, ou seja, $x = 5 \text{ dm}$. Logo, $x = 50 \text{ cm}$.

A área da folha retangular plana, em cm^2 , é dada por $\left(2x + \frac{2x}{5}\right) \cdot \left(\frac{2x}{5} + x\right)$, ou seja,

$$\frac{84}{25} x^2.$$

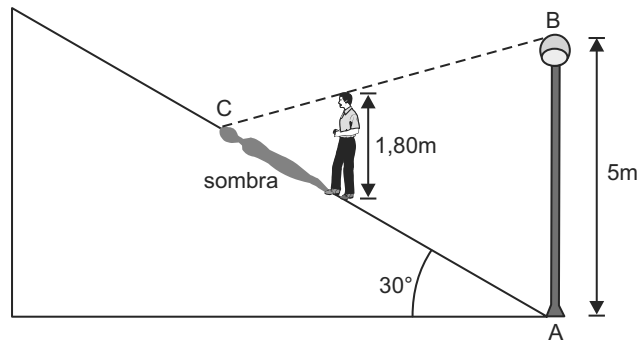
Sendo $x = 50 \text{ cm} = \frac{1}{2} \text{ m}$ e sabendo que o custo do material utilizado é R\$ 10,00 por

metro quadrado, o custo pedido é $\text{R\$ } 10 \cdot \frac{84}{25} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$, ou seja, R\$ 8,40.

Resposta: B

QUESTÃO 29

Um homem, de 1,80 m de altura, sobe uma ladeira com inclinação de 30° , conforme mostra a figura. No ponto A, está um poste vertical de 5 metros de altura, com uma lâmpada no ponto B.

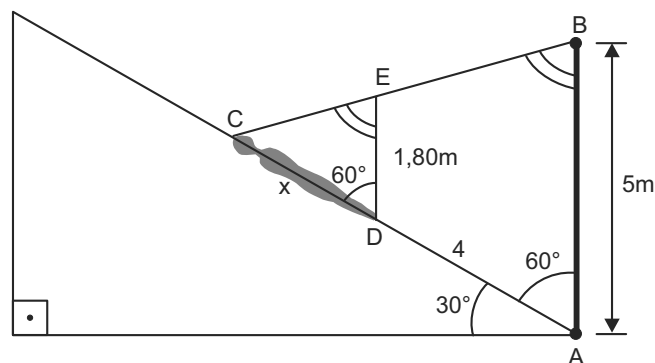


Calculando o comprimento da sombra do homem depois que ele subiu 4 metros ladeira acima, obteremos:

- a) 2,20 m
- b) 2,25 m
- c) 2,75 m
- d) 3,25 m
- e) 3,50 m

RESOLUÇÃO

Do enunciado, temos a figura:



Sendo x o comprimento da sombra, da semelhança dos triângulos CDE e CAB, temos:

$$\frac{x}{x + 4} = \frac{1,80}{5} \Leftrightarrow x = 2,25$$

Resposta: B

QUESTÃO 30

O volume médio de uma gota d'água é igual a $\frac{1}{20}$ mL. Para encher um recipiente de capacidade 1,8ℓ, são necessárias:

- a) $(2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2)$ gotas
- b) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5)$ gotas
- c) $(2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3)$ gotas
- d) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2)$ gotas
- e) $(2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3)$ gotas

RESOLUÇÃO

$$1 \text{ gota} = \frac{1}{20} \text{ mL}$$

$$1,8\ell = 1800\text{mL}$$

$$\frac{1800}{\frac{1}{20}} = 36\,000 \text{ gotas} \quad \text{e} \quad 36\,000 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

Resposta: C