QUESTÃO 16

Se m e n são inteiros não negativos, com m < n, definimos m ∇ n como a soma dos números compreendidos entre m e n, incluindo m e n.
Por exemplo, 5 ∇ 8 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26. O valor numérico de $\dfrac{22\nabla 26}{4\nabla 6}$ é:

a) 4 b) 6 c) 8
d) 10 e) 12

RESOLUÇÃO

$$\frac{22\nabla 26}{4\nabla 6} = \frac{22 + 23 + 24 + 25 + 26}{4 + 5 + 6} = \frac{120}{15} = 8$$

Resposta: C

QUESTÃO 17

Se {a,b} é o conjunto-solução da equação $x^2 - 6x + 8 = 0$, então $a^{-1} + b^{-1}$ é igual a:

a) 0,75
b) 0,82
c) 0,94
d) 1,02
e) 1,20

RESOLUÇÃO

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 8}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 2}{2} \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = 2$$

A soma de $a^{-1} + b^{-1}$ é:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

OUTRA SOLUÇÃO

A soma e o produto das raízes dessa equação são

$$a + b = \frac{-(-6)}{1} = 6 \text{ e } a \, . \, b = \frac{8}{1} = 8.$$

Assim:

$$a^{-1} + b^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

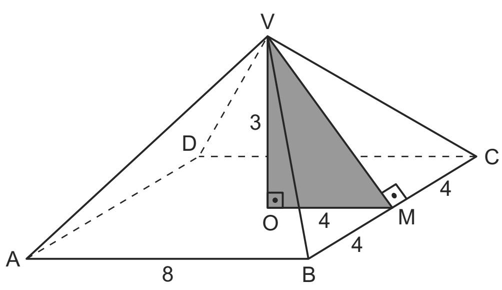
Resposta: A

QUESTÃO 18

Um telhado tem a forma da superfície lateral de uma pirâmide regular, de base quadrada. O lado da base mede 8 m e a altura da pirâmide, 3 m. As telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem $1m^2$. Supondo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas (quebras e emendas), o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é:

a) 90 b) 100 c) 110 d) 120 e) 130

RESOLUÇÃO



No triângulo VOM, temos:

$$(VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2$$

$$(VM)^2 = 3^2 + 4^2$$

VM = 5m

A área S da superfície lateral dessa pirâmide é:

$$S = 4 \, . \, (1/2 \, . \, BC \, . \, VM)$$

$$\text{Portanto: } S = 4 \, . \left(\frac{1}{2} \, . \, 8 \, . \, 5 \right) = 80 \text{ m}^2$$

Sabendo que as telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem 1 m^2 e supondo que possa haver 10 lotes desperdiçados, o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é 80 + 10, ou seja, 90.

Resposta: A

QUESTÃO 19

Em um tanque, há 4 000 bolinhas de pingue-pongue. Um menino começou a retirar as bolinhas, uma por uma, com velocidade constante, quando eram 10h. Após 6 horas, havia no tanque 3 520 bolinhas. Se o menino continuasse no mesmo ritmo, a que horas o tanque ficaria com exatamente 2 000 bolinhas?

a) Às 11h do dia seguinte.
b) Às 23h do mesmo dia.
c) Às 4h do dia seguinte.
d) Às 7h do dia seguinte.
e) Às 9h do dia seguinte.

RESOLUÇÃO

Em 6h de trabalho foram retiradas 4 000 – 3 520 = 480 bolinhas e, como a velocidade de retirada é constante, saem $\frac{480}{6}$ = 80 bolinhas por hora. Para que 2 000 bolinhas saiam do tanque, restando as outras 2 000, são necessárias $\frac{2\,000}{80}$ = 25 horas. Portanto, o tanque fica com 2 000 bolinhas às 11h do dia seguinte.

Resposta: A

QUESTÃO 20

As soluções da equação, em x,

$$\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{2(y^4+1)}{y^2(x^2-y^2)}$$, em que $x \neq \pm y$ e $y \neq 0$, são:

a) $\frac{-y}{2}$ e $\frac{y}{4}$.

b) $\frac{-y}{4}$ e $\frac{y}{4}$.

c) $\frac{-1}{2y}$ e $\frac{1}{2y}$.

d) $\frac{-1}{y}$ e $\frac{1}{2y}$.

e) $\frac{-1}{y}$ e $\frac{1}{y}$.

RESOLUÇÃO

Como $y \neq 0$ e $x^2 \neq y^2$, temos:

$$\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{2 \,.\, (y^4+1)}{y^2 \,.\, (x^2-y^2)}$$

$$\frac{(x-y)^2+(x+y)^2}{\cancel{x^2-y^2}} = \frac{2}{y^2} \,.\, \frac{y^4+1}{\cancel{x^2-y^2}}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + x^2 + 2xy + y^2 = \frac{2}{y^2} \,.\, (y^4+1)$$

$$2x^2 + 2y^2 = \frac{2}{y^2} \,.\, (y^4+1)$$

$$2(x^2+y^2) = \frac{2}{y^2} \,.\, (y^4+1)$$

$$x^2 + y^2 = \frac{\cancel{2}}{y^2} \,.\, (y^4+1) \,.\, \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$x^2 + y^2 = y^2 + \frac{1}{y^2}$$

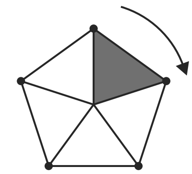
$$x^2 = \frac{1}{y^2}$$

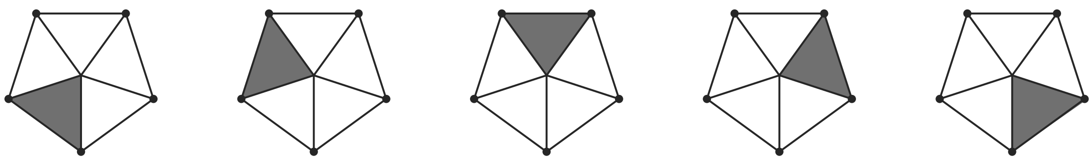
$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{y^2}} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{y}$$

Resposta: E

QUESTÃO 21

Se girarmos o pentágono regular, abaixo, de um ângulo de 252°, em torno do seu centro, no sentido horário, qual figura será obtida?

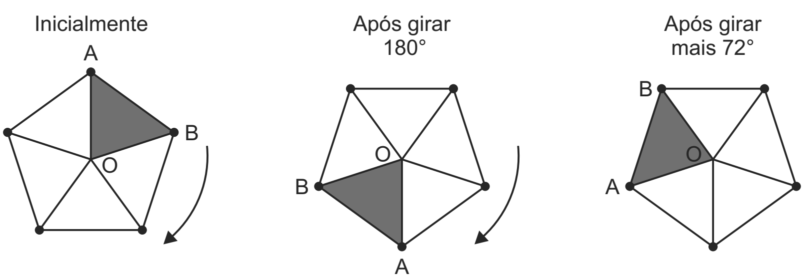




A B C D E

RESOLUÇÃO

Como o ângulo central do pentágono regular é de $\dfrac{360°}{5} = 72°$ e $252° = 180° + 72°$ temos:



Resposta: B

QUESTÃO 22

O perímetro de um retângulo é 100 e a diagonal mede x. Qual é a área do retângulo?

a) $625 - x^2$

b) $625 - \dfrac{x^2}{2}$

c) $1\,250 - \dfrac{x^2}{2}$

d) $250 - \dfrac{x^2}{2}$

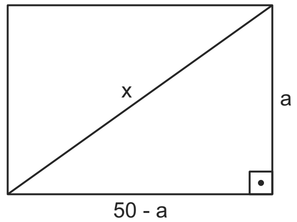
e) $2\,500 - \dfrac{x^2}{2}$

RESOLUÇÃO

Sejam a e 50 – a os lados do retângulo. A área procurada é $(50 - a) \cdot a = 50a - a^2$.

Pelo Teorema de Pitágoras: $x^2 = a^2 + (50 - a)^2 \Leftrightarrow x^2 = 2\,500 - 100a + 2a^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 50a = 1\,250 + a^2 - \dfrac{x^2}{2}$



Deste modo: $50a - a^2 = 1\,250 + a^2 - \dfrac{x^2}{2} - a^2 = 1\,250 - \dfrac{x^2}{2}$

Resposta: C

QUESTÃO 23

Vovó Mafalda resolveu distribuir balas para os seus netinhos. Percebeu que, se desse 15 balas para cada neto, faltariam 25 balas. Resolveu, então, distribuir 12 balas para cada um deles e com isso sobrariam 11. O número de balas que vovó Mafalda possuía está representado no resultado da expressão:

a) $14^2 - 6^2$

b) $(2^2)^3 + 6 \cdot 15$

c) $\sqrt{10\,000} + 2 \cdot 5^2$

d) $13^2 - 2 \cdot 7$

e) $5^3 + 2^2 \cdot 5$

RESOLUÇÃO

Se x for o número de netos e y, o número de balas, então:

$$\begin{cases} 15x = y + 25 \\ 12x = y - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15x - 25 \\ y = 12x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow 15x - 25 = 12x + 11 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = 36 \Leftrightarrow x = 12 \text{ e } y = 155$$

Como:

a) $13^2 - 2 \cdot 7 = 169 - 14 = 155$

b) $(2^2)^3 + 6 \cdot 15 = 2^6 + 90 = 64 + 90 = 154$

c) $\sqrt{10\,000} + 2 \cdot 5^2 = 100 + 2 \cdot 25 = 100 + 50 = 150$

d) $14^2 - 6^2 = 196 - 36 = 160$

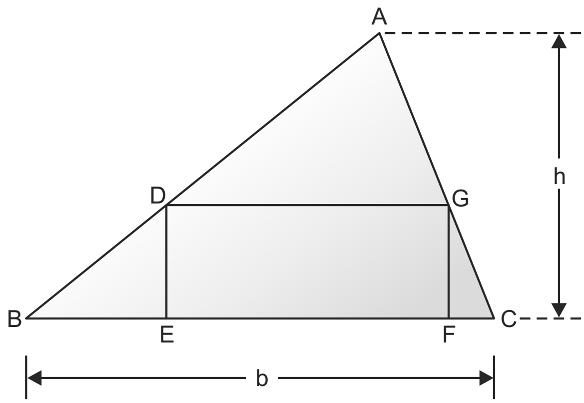
e) $5^3 + 2^2 \cdot 5 = 125 + 4 \cdot 5 = 125 + 20 = 145$

temos $y = 13^2 - 2 \cdot 7$

Resposta: D

QUESTÃO 24

O triângulo ABC tem altura h e base b (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo DEFG, cuja base é o dobro da altura.



Nessas condições, a altura do retângulo, em função de h e b, é dada pela fórmula:

a) $\dfrac{bh}{h+b}$

b) $\dfrac{2bh}{h+b}$

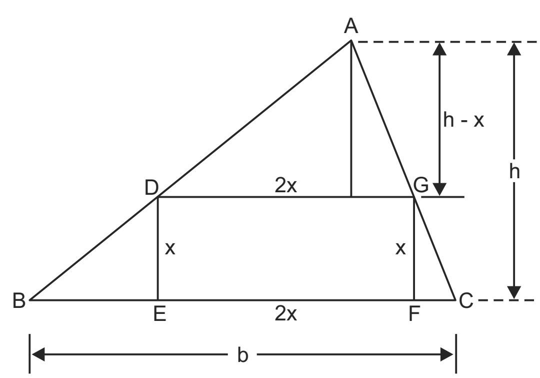
c) $\dfrac{bh}{h+2b}$

d) $\dfrac{bh}{2h+b}$

e) $\dfrac{bh}{2(h+b)}$

RESOLUÇÃO

Do enunciado, temos a figura:



Da semelhança dos triângulos ADG e ABC, temos:

$$\frac{2x}{b} = \frac{h - x}{h}$$

Logo:

$2hx = bh - bx$

$2hx + bx = bh$

$x(2h + b) = bh \therefore x = \dfrac{bh}{2h + b}$

Resposta: D

QUESTÃO 25

O quociente entre os valores reais de t, para que a metade da expressão $t^2 + 2t + 1$ e a terça parte da expressão $t^2 + 3t + 6$ sejam iguais, é:

a) –1

b) 2

c) 3

d) –2

e) 1

RESOLUÇÃO

Escrevendo em linguagem matemática os termos metade e terça parte citados no problema, teremos:

$$\frac{t^2 + 2t + 1}{2} = \frac{t^2 + 3t + 6}{3}$$

Reduzindo a expressão ao mesmo denominador, encontraremos:

m.m.c (2,3) = 6

$$\frac{3\,(t^2 + 2t + 1)}{\cancel{6}} = \frac{2(t^2 + 3t + 6)}{\cancel{6}}$$

$3t^2 + 6t + 3 = 2t^2 + 6t + 12$, logo:

$$3t^2 + \cancel{6t} + 3 - 2t^2 - \cancel{6t} - 12 = 0 \Rightarrow t^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 9 \Leftrightarrow t^2 = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow t = \pm 3$$

O quociente entre 3 e –3 ou entre –3 e 3 é igual a –1.

Resposta: A

QUESTÃO 26

A diferença entre dois números inteiros positivos é 10. Ao multiplicar um pelo outro, um estudante cometeu um engano, tendo diminuído em 4 o algarismo das dezenas do produto. Para conferir seus cálculos, dividiu o resultado obtido pelo menor dos fatores, obtendo 39 como quociente e 22 como resto. Podemos afirmar que o maior desses números é:

a) 31
b) 35
c) 37
d) 41
e) 43

RESOLUÇÃO

Sendo a e b, com a > b, os números pedidos, temos:

$$\begin{cases} a = b + 10 \quad (I) \\ ab - 40 = 39b + 22 \quad (II) \end{cases}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$(b + 10) \cdot b - 40 = 39b + 22$$

$$b^2 - 29b - 62 = 0$$

Logo, b = 31 ou b = – 2 (não convém).

Como a = b + 10, a = 41

Assim, o maior desses números é 41.

Resposta: D

QUESTÃO 27

Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente,

a) A, A, A, A.
b) A, B, A, B.
c) A, B, B, A.
d) B, A, A, B.
e) B, B, B, B.

RESOLUÇÃO

Como apenas 90% dos produtos adquiridos dos tipo B são aproveitados os preços dos produtos do tipo B não são por 1 kg, mas por 900 g. Comparando os preços de 900 g de cada produto do tipo A com os preços de 1 kg dos respectivos produtos do tipo B, teremos:

Arroz: 90% de 2,00 = 1,80 > 1,70
Feijão: 90% de 4,50 = 4,05 < 4,10
Soja: 90% de 3,80 = 3,42 < 3,50
Milho: 90% de 6,00 = 5,40 > 5,30

Pode-se concluir que os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente; B, A, A e B.
Resposta: D

QUESTÃO 28

Determine quantos números de 3 algarismos podem ser formados com 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, satisfazendo à seguinte regra: O número não pode ter algarismos repetidos, exceto quando iniciar com 1 ou 2, caso em que o 7 (e apenas o 7) pode aparecer mais de uma vez. Assinale o resultado obtido.

a) 204
b) 206
c) 208
d) 210
e) 212

RESOLUÇÃO

Sendo 1 ou 2 o algarismo das centenas, temos dois casos em que o sete aparece mais do que uma vez (no 177 e no 277) e, no 2 . 6 . 5 outros casos o algarismo sete, se aparecer, aparece uma só vez. Assim, temos:
2 . 6 . 5 + 2 = 2 . (6 . 5 + 1) = 62 números, pois apenas o 7 pode aparecer mais de uma vez.
Para 3, 4, 5, 6 ou 7 como algarismo das centenas, resulta 5 . 6 . 5 = 150 valores.
O total de números, de acordo com o enunciado, é
62 + 150 = 212.
Resposta: E

QUESTÃO 29

Carlos, Luís e Sílvio tinham, juntos, 100 mil reais para investir por um ano. Carlos escolheu uma aplicação que rendia 15% ao ano. Luís, uma que rendia 20% ao ano. Sílvio aplicou metade de seu dinheiro em um fundo que rendia 20% ao ano, investindo a outra metade numa aplicação de risco, com rendimento anual pós-fixado. Depois de um ano, Carlos e Luís tinham juntos 59 mil reais; Carlos e Sílvio, 93 mil reais; e Luís e Sílvio, 106 mil reais.

Quantos reais Carlos, Luís e Sílvio tinham, respectivamente, no início da aplicação?

a) 10 mil, 40 mil, 50 mil
b) 10 mil, 30 mil, 60 mil
c) 20 mil, 10 mil, 70 mil
d) 20 mil, 30 mil, 50 mil
e) 20 mil, 40 mil, 40 mil

RESOLUÇÃO

Indicando as quantias, em milhares de reais, que Carlos, Luís e Sílvio tinham, após esse ano, por x, y e z, nessa ordem, temos:

$$\begin{cases} x + y = 59 \\ x + z = 93 \\ y + z = 106 \end{cases} \quad +$$

$$2x + 2y + 2z = 258 \quad \Leftrightarrow \quad x + y + z = 129$$

$$x + y + z = 129 \text{ e } y + z = 106 \Rightarrow x = 23$$
$$x + y + z = 129 \text{ e } x + z = 93 \Rightarrow y = 36$$
$$x + y + z = 129 \text{ e } x + y = 59 \Rightarrow z = 70$$

Indicando as quantias, em milhares de reais, que Carlos, Luís e Sílvio tinham, inicialmente, por c, ℓ e s, nessa ordem, temos:

$c \cdot 1,15 = x$

$c \cdot 1,15 = 23 \therefore c = 20$

$\ell \cdot 1,2 = y$

$\ell \cdot 1,2 = 36 \therefore \ell = 30$

De $c + \ell + s = 100$, $c = 20$ e $\ell = 30$, temos $s = 50$.

Desta forma, Carlos, Luís e Sílvio tinham inicialmente, nessa ordem, 20 mil, 30 mil e 50 mil reais.

Resposta: D

QUESTÃO 30

Regina, Paulo e Iracema tentam adivinhar quantas bolas estão dentro de uma caixa fechada. Eles já sabem que este número é maior que 100 e menor que 140. Eles fazem as seguintes afirmações:

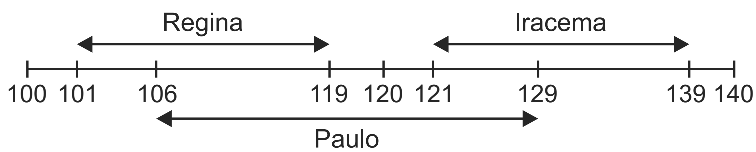
- Regina: Na caixa há mais de 100 bolas e menos de 120 bolas.
- Paulo: Na caixa há mais de 105 bolas e menos de 130 bolas.
- Iracema: Na caixa há mais de 120 bolas e menos de 140 bolas.

Sabe-se que apenas uma dessas afirmações é correta. Quantos são os possíveis valores para o número de bolas dentro da caixa?

a) 1
b) 5
c) 11
d) 13
e) 16

RESOLUÇÃO

Acompanhe a solução com a ajuda da figura a seguir, que ilustra as afirmativas de Regina, Paulo e Iracema.



(i) Se Regina está certa, então Paulo e Iracema estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Regina, mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 101, 102, 103, 104 e 105; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Iracema. Neste caso, temos 5 possibilidades para o número de bolas na caixa.

(ii) Se Paulo está certo, então Regina e Iracema estão erradas. O único número que satisfaz as opções de Paulo e não satisfaz as de Regina e Iracema é 120. Neste caso, temos apenas uma possibilidade para o número de bolas na caixa.

(iii) Se Iracema, está certa, então Paulo e Regina estão errados. Os números que satisfazem a afirmação de Iracema, mas não satisfazem a afirmação de Paulo são 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138 e 139; note que estes números também não satisfazem a afirmação de Regina. Neste caso, temos 10 possibilidades para o número de bolas na caixa. Finalmente, o número total de possibilidades é a soma do número de possibilidades nos casos (i), (ii) e (iii), que é 5 + 1 + 10 = 16.

Resposta: E