Colégio **OBJETIVO** Juazeiro

Nome: ______ **Nº:** ______
Endereço: ______ **Data:** ______
Telefone: ______ ***E-mail:*** ______

Disciplina: **MATEMÁTICA** | Prova: **DESAFIO** | **RESOLUÇÃO**

PARA QUEM CURSA A 2ª SÉRIE EM 2019

QUESTÃO 16

Numa função f tal que $f(x + 2) = 3f(x)$ para todo x real, sabe-se que $f(2) + f(4) = 60$. Então f(0) vale:

a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 8

RESOLUÇÃO

1) $f(0 + 2) = 3 \,.\, f(0) \Leftrightarrow f(2) = 3 \,.\, f(0)$

2) $f(2 + 2) = 3 \,.\, f(2) \Leftrightarrow f(4) = 3 \,.\, 3 \,.\, f(0) = 9 \,.\, f(0)$

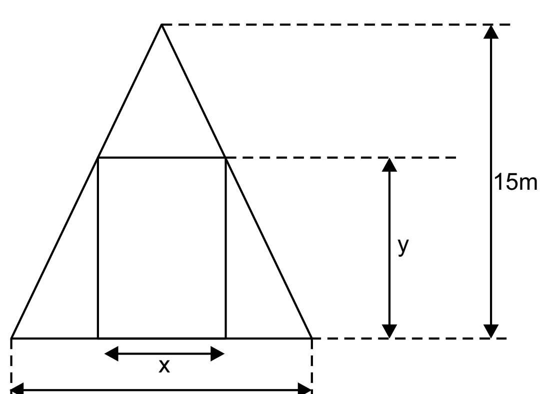
3) $f(2) + f(4) = 60 \Rightarrow 3f(0) + 9\,f(0) = 60 \Leftrightarrow 12 \,.\, f(0) = 60 \Leftrightarrow f(0) = 5$

Resposta: C

QUESTÃO 17

Em um terreno de formato triangular, deseja-se construir uma casa com formato retangular. Determine **x** e **y** de modo que a área construída seja máxima

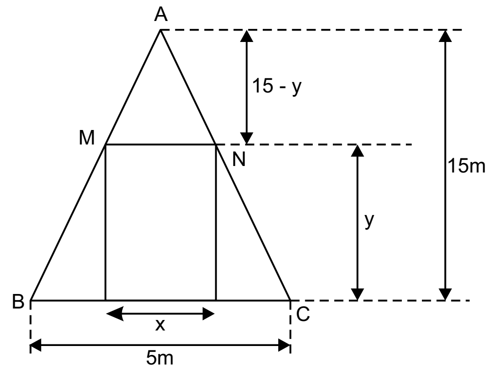
a) x = 2,5 e y = 7,5.
b) x = 3 e y = 9.
c) x = 4,5 e y = 10,5.
d) x = 5 e y = 15.
e) x = 3 e y = 10.



RESOLUÇÃO

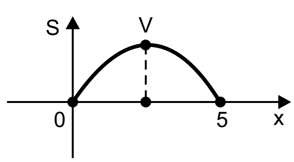
1) Os triângulos ABC a AMN são semelhantes e portanto:

$$\frac{x}{5} = \frac{15 - y}{15} \Leftrightarrow y = 15 - 3x$$



2) Se S for a área da casa então:
$S = x \cdot y \Rightarrow S = x \cdot (15 - 3x)$

3) O gráfico de $S = x \cdot (15 - 3x)$ é do tipo:



4) A área será máxima para $x = \dfrac{0 + 5}{2} = 2{,}5$.

5) Se $x = 2{,}5$ e $y = 15 - 3x$ então $y = 7{,}5$.

Resposta: A

QUESTÃO 18

Se $x^2 - 5x + 6 < 0$ e $P = x^2 + 5x + 6$, então:

a) P pode apresentar qualquer valor real.

b) $20 < P < 30$

c) $0 < P < 20$

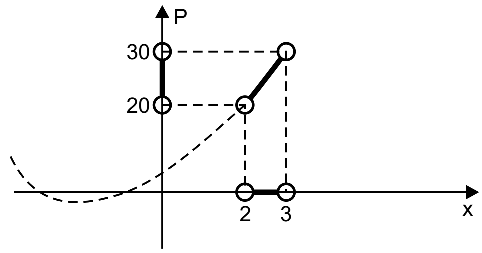
d) $P < 0$

e) $P > 30$

RESOLUÇÃO

1) $x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$

2) O gráfico de $P = x^2 + 5x + 6$**, para** $2 < x < 3$**, é:**



Resposta: B

QUESTÃO 19

Uma função real f do 1º grau é tal que f(0) = 1 + f(1) e f(–1) = 2 – f(0). Então f(3) é igual a:

a) -3

b) $-\dfrac{5}{2}$

c) -1

d) 0

e) $-\dfrac{7}{2}$

RESOLUÇÃO

Se f for definida por f(x) = ax + b, então:

1) $f(0) = 1 + f(1) \Rightarrow b = 1 + a + b$

2) $f(-1) = 2 - f(0) \Rightarrow -a + b = 2 - b$

3) $\begin{cases} b = 1 + a + b \\ -a + b = 2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x + \dfrac{1}{2}$

4) $f(3) = -3 + \dfrac{1}{2} = -\dfrac{5}{2}$

Resposta: B

QUESTÃO 20

A solução real da equação $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$ está no intervalo:

a) $-1 \leqslant x \leqslant 1$

b) $2 \leqslant x \leqslant 3$

c) $3 \leqslant x \leqslant 4$

d) $-4 \leqslant x \leqslant -3$

e) $20 \leqslant x \leqslant 30$

RESOLUÇÃO

$$4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^x + \left(\frac{6}{9}\right)^x = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^x + \left(\frac{2}{3}\right)^x = 2 \Leftrightarrow \left[\left(\frac{2}{3}\right)^x\right]^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^x - 2 = 0$$

Substituindo $\left(\frac{2}{3}\right)^x$ **por y temos:**

$y^2 + y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = -2$ **ou** $y = 1 \Leftrightarrow y = 1$ **, pois** $y > 0$**.**

Se $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$ **então** $x = 0$**.**

Resposta: A

QUESTÃO 21

Dada a expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x - x^2}$, então:

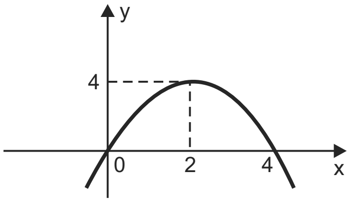
a) o maior valor da expressão é 1.
b) o menor valor da expressão é 1.
c) o menor valor da expressão é 1/16.
d) o maior valor da expressão é 1/4.
e) o menor valor da expressão é 1/4.

RESOLUÇÃO

1) A função exponencial base $\frac{1}{2}$ é estritamente decrescente.

2) Quanto maior o expoente menor será o valor da potência.

3) O expoente $f(x) = 4x - x^2$, cujo gráfico é



assume o máximo valor possível 4 (quando x = 2).

4) O menor valor da expressão é $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.

Resposta: C

QUESTÃO 22

A soma das soluções da equação $16 \cdot x^{\log_2 x} = x^5$ é:

a) 4 b) 6 c) 8
d) 12 e) 18

RESOLUÇÃO

$16 \cdot x^{\log_2 x} = x^5 \Leftrightarrow \log_2 [16 \cdot x^{\log_2 x}] = \log_2 [x^5] \Leftrightarrow \log_2 16 + \log_2 x \cdot \log_2 x = 5 \cdot \log_2 x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - 5 \cdot \log_2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 1$ ou $\log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 16$.
A soma das soluções da equação é, pois, 2 + 16 = 18.
Resposta: E

QUESTÃO 23

Certo capital C aumentou em R$ 1 200,00 e, em seguida, esse montante decresceu 11%, resultando em R$ 32,00 a menos do que C. Sendo assim, o valor de C, em R$, é

a) 9 600,00.
b) 9 800,00.
c) 9 900,00.
d) 10 000,00.
e) 11 900,00.

RESOLUÇÃO

De acordo com o enunciado, devemos ter, em reais,

$$(c + 1\,200) \,.\, \left(1 - \frac{11}{100}\right) = c - 32 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (c + 1\,200) \,.\, 0{,}89 = c - 32 \Leftrightarrow 0{,}89c + 1\,068 = c - 32 \Leftrightarrow 1\,100 = 0{,}11c \Leftrightarrow c = 10\,000$$

Resposta: D

QUESTÃO 24

Dia 20 de julho de 2008 caiu num domingo. Três mil dias após essa data, cairá

a) numa quinta-feira.
b) numa sexta-feira.
c) num sábado.
d) num domingo.
e) numa segunda-feira.

RESOLUÇÃO

Observando que $\begin{array}{r|l} 3\,000 & 7 \\ \cline{2-2} 4 & 428 \end{array} \Leftrightarrow 3\,000 = 428 \,.\, 7 + 4$ **concluímos que daqui a 3 000 dias terão se passado 428 semanas, mais quatro dias. Assim sendo, se o dia 20/7/2008 foi um domingo, então 3 000 dias depois será uma quinta-feira.**

Resposta: A

QUESTÃO 25

Uma empresa de suco fabrica sucos de uva e de maracujá. Para o preparo do suco de uva, utiliza-se 1 parte de suco concentrado para 5 partes de água. Já para o preparo do suco de maracujá, utiliza-se 2 partes de suco concentrado para 7 partes de água. Queremos preparar 1 litro de suco de uva e 1 litro de suco de maracujá, para tanto, precisamos de A mℓ de suco concentrado de uva e B mℓ de suco concentrado de maracujá. Quanto vale a razão $\frac{A}{B}$?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{7}$

e) $\frac{1}{4}$

RESOLUÇÃO

I) A quantidade de suco concentrado de uva é $\frac{1}{6}$ de $1\ell = \frac{1}{6} \cdot 1\,000$ mℓ

Assim: $A = \frac{1}{6} \cdot 1000$

II) A quantidade de suco concentrado de maracujá é $\frac{2}{9}$ de $1\ell = \frac{2}{6} \cdot 1\,000$ mℓ

Assim: $B = \frac{2}{9} \cdot 1000$

II) $$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{6} \cdot 1\,000}{\frac{2}{9} \cdot 1\,000} = \frac{1}{6} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Resposta: B

QUESTÃO 26

Um ônibus de 50 lugares foi alugado para um passeio. A empresa cobrou de cada passageiro R$ 200,00 mais R$ 20,00 por lugar não ocupado. Para que a empresa tenha a maior arrecadação possível, o número de lugares ocupados deve ser igual a:

a) 30
b) 35
c) 40
d) 45
e) 50

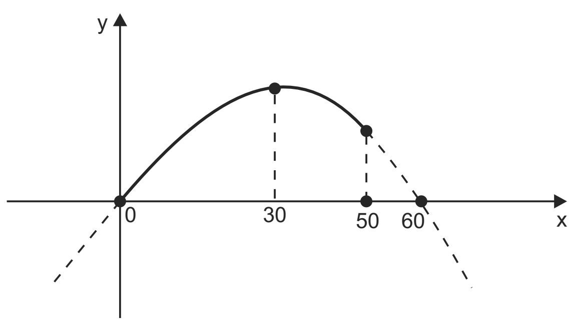
RESOLUÇÃO

Se x for o número de lugares ocupados, então:

1) Cada passageiro paga, em reais, $200 + (50 - x) \cdot 20 = 1\,200 - 20x$

2) A arrecadação, em reais, é $A(x) = (1\,200 - 20x)\,x \Leftrightarrow$

3) O gráfico dessa função, para $0 \le x \le 50$ é do tipo



e a arrecadação será máxima para $x = 30$.

Resposta: A

QUESTÃO 27

No Brasil, o advento da internet com os grandes portais e os blogs não representou uma mega ruptura em termos de espaço criativo das pessoas. A verdadeira ruptura chegou junto com as redes sociais: Orkut e Youtube no começo, e depois Twitter, e, mais recentemente, o Facebook. Um pesquisador que investiga o comportamento de brasileiros nessas redes sociais concluiu que, ao longo de um mesmo intervalo de tempo, os acessos mensais (A) ao Youtube e ao Facebook ocorreram de acordo com as leis $\mathbf{A(t) = m}$ e $\mathbf{A(t) = n.a^t}$, respectivamente, sendo **m** e **n** inteiros positivos, com $\mathbf{m > n}$ e $\mathbf{a > 1}$. Nessas condições, o instante **t** em que o número de acessos ao Youtube coincide com o número de acessos ao Facebook é:

a) $t = \log_a m - \log_a n$

b) $t = \log_a m + \log_a n$

c) $t = n \log_a m - m \log_a n$

d) $t = m \log_a m - n \log_a n$

e) $t = \log_a mn - n \log_a n$

(*Revista Galileu*. Resolva seus problemas usando ciência. Editora Globo, jul. 2012, N.º 252. Adaptado.)

RESOLUÇÃO

$$n \cdot a^t = m \Leftrightarrow a^t = \frac{m}{n} \Leftrightarrow t = \log_a \left(\frac{m}{n}\right) \Leftrightarrow t = \log_a m - \log_a n$$

Resposta: A

QUESTÃO 28

Numa certa turma, há mais que 148 pessoas, mas menos que 168. Na tentativa de formar com essas pessoas grupos de 4, sobram 2 pessoas e, na tentativa de formar grupos de 6 pessoas, também sobram 2 pessoas.
Podemos afirmar que o total de pessoas dessa turma é um número cuja a soma de algarismos é:

a) 13 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17

RESOLUÇÃO

Se n for o número de pessoas, então:

1) $\begin{array}{r|l} n & 4 \\ \cline{2-2} 2 & q_1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{r|l} n-2 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & q_1 \end{array} \Rightarrow$ **n – 2 é múltiplo de 4**

2) $\begin{array}{r|l} n & 6 \\ \cline{2-2} 2 & q_2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{r|l} n-2 & 6 \\ \cline{2-2} 0 & q_2 \end{array} \Rightarrow$ **n – 2 é múltiplo de 6**

3) $n - 2$ **é múltiplo de** $2 \,.\, 2 \,.\, 3 = 12 \Rightarrow n - 2 = 12\,k$ **com** $k \in \mathbb{N}$

4) $148 < n < 168 \Leftrightarrow 146 < n - 2 < 166 \Rightarrow 146 < 12\,k < 166 \Leftrightarrow 12,... < k < 13,... \Leftrightarrow k = 13$

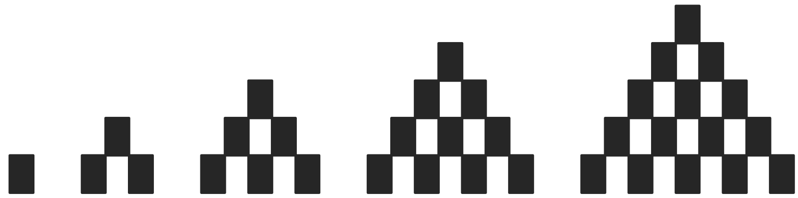
5) $n - 2 = 12 \,.\, 13 \Leftrightarrow n - 2 = 156 \Leftrightarrow n = 158$

6) **A soma dos algarismos de 158 é** $1 + 5 + 8 = 14$

Resposta: B

QUESTÃO 29

Qualquer número que pode ser representado como nas figuras seguintes é chamado número triangular.



Seguindo esse padrão, podemos afirmar que o trigésimo número triangular é:

a) 450
b) 455
c) 460
d) 465
e) 496

RESOLUÇÃO

Se (t_1, t_2, t_3, ..., t_n, ...) for a sequência que representa o número de "retângulos" de cada triângulo, temos:

$t_1 = 1$

$t_2 = 1 + 2 = 3$

$t_3 = 1 + 2 + 3 = 6$

$t_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$

$t_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$\vdots$

$$t_{30} = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 30 = \frac{1 + 30}{2} . 30 = 465$$

Resposta: D

QUESTÃO 30

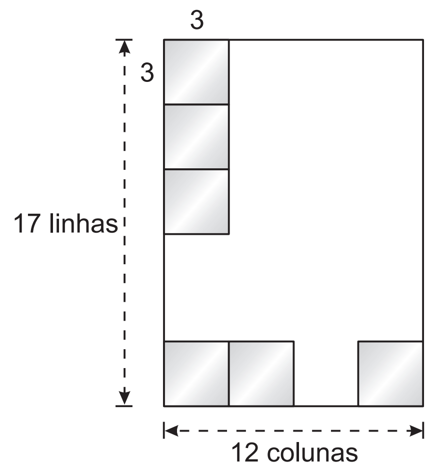
Para confeccionar fichas de papelão, foi utilizada uma folha de 36 cm de largura por 51 cm de comprimento, que foi cortada em quadradinhos de maior lado possível, não ocorrendo nenhuma sobra de papelão. Sabendo-se que cada quadradinho cortado representa uma ficha e que foram utilizadas apenas 75% das fichas recortadas, então, o número de fichas não utilizadas foi:

a) 204
b) 153
c) 97
d) 72
e) 51

RESOLUÇÃO

I) m.d.c (36; 51) = 3

	1	**2**	**2**	**2**
51	**36**	**15**	**6**	**3**
15	**6**	**3**	**0**	



II) O maior lado dos quadradinhos é 3.

III) $36 \div 3 = 12$ e $51 \div 3 = 17$

IV) O número de quadradinhos é $17 \cdot 12 = 204$

V) O número de fichas não utilizadas foi $25\% \cdot 204 = 51$

Resposta: E