

Disciplina: **MATEMÁTICA**

Prova: **DESAFIO**

**RESOLUÇÃO**

**PARA QUEM CURSA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM 2019**

### QUESTÃO 16

A soma de todos os divisores naturais do número  $2^2 \cdot 5^2$ , que são múltiplos de 10, é igual a:

- a)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
- b)  $2 \cdot 5^2$
- c)  $2^3 \cdot 3 \cdot 5$
- d)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
- e)  $2^5 \cdot 5$

### RESOLUÇÃO

Observe que  $2^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$

Determinando os divisores de 100, pela decomposição em fatores primos, temos:

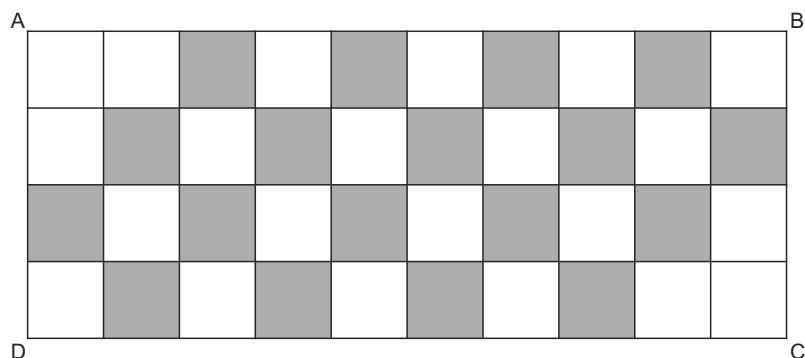
		1
100	2	2
50	2	4
25	5	5, 10, 20
5	5	25, 50, 100
1		

Os divisores naturais de 100, múltiplos de 10, são: 10, 20, 50 e 100. A soma desses números é igual a 180 e  $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ .

Resposta: A

### QUESTÃO 17

A área da região escurecida representa quantos por cento da área do retângulo ABCD?



- a) 32%
- b) 45%
- c) 50%
- d) 36%
- e) 60%

### RESOLUÇÃO

A área total do retângulo ABCD é de 40 unidades e a área escurecida é de 18 unidades.

Temos então a razão:

$$\frac{18}{40} \overset{\div 2}{=} \frac{9}{20} \overset{\cdot 5}{=} \frac{45}{100} = 45\%$$

$\div 2$        $\cdot 5$

$\div 2$        $\cdot 5$

**Resposta: B**

### QUESTÃO 18

Um pintor fez uma tabela relacionando a área da superfície a ser pintada, o tempo gasto para pintar essa superfície e a quantidade de tinta, em litros.

Área (m <sup>2</sup> )	Tempo (h)	tinta (ℓ)
10	2	1
40	8	4
80	16	8

Para pintar uma superfície de 200m<sup>2</sup>, o tempo e a quantidade de tinta gastos, são, respectivamente:

- a) 10h e 20ℓ.
- b) 20h e 30ℓ.
- c) 20h e 20ℓ.
- d) 40h e 20ℓ.
- e) 40h e 30ℓ.

### RESOLUÇÃO

As grandezas envolvidas (área, tempo e quantidade de tinta) são diretamente proporcionais, portanto:

Área (m <sup>2</sup> )	tempo (h)
10	2
200	x

$$\frac{10}{200} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x = 40 \text{ horas}$$

Área (m <sup>2</sup> )	tinta (ℓ)
10	1
200	y

$$\frac{10}{200} = \frac{1}{y} \Leftrightarrow y = 20 \text{ litros}$$

**Resposta: D**

### QUESTÃO 19

Se  $x = -(-3)^3 - (2^2)^3$  e  $y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$ , então  $y - x$  é um número:

- a) Primo.
- b) Par e múltiplo de 5.
- c) Ímpar e divisor de 70.
- d) Múltiplo de 3.
- e) Ímpar e divisor de 5.

### RESOLUÇÃO

Resolvendo as expressões apresentadas temos:

$$x = -(-3)^3 - (2^2)^3$$

$$y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$$

$$x = -(-27) - 2^6$$

e

$$y = -8 - (+9) - (+1) + (+16)$$

$$x = 27 - 64$$

$$y = -8 - 9 - 1 + 16$$

$$x = -37$$

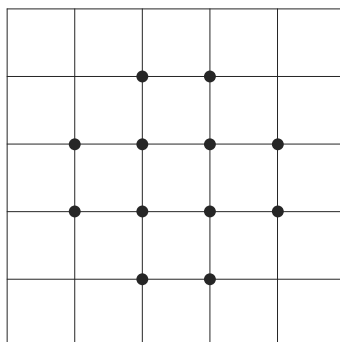
$$y = -2$$

Então  $y - x = -2 - (-37) \Rightarrow y - x = -2 + 37 \Rightarrow y - x = 35$ , que é ímpar e divisor de 70.

Resposta: C

## QUESTÃO 20

Doze pontos estão marcados numa folha de papel quadriculada.



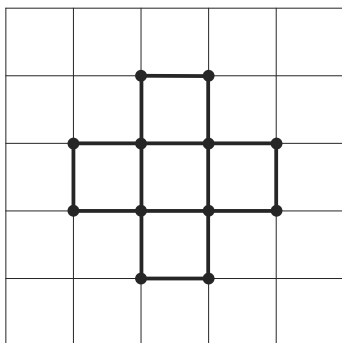
O número máximo de quadrados que podem ser formados unindo quatro desses pontos é:

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) 11
- e) 12

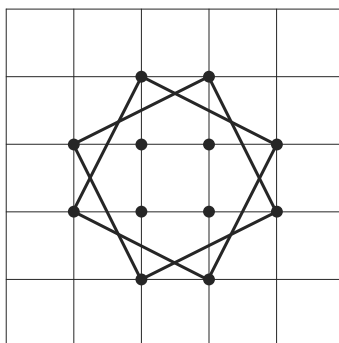
## RESOLUÇÃO

No total temos 11 possíveis quadrados como mostrado a seguir.

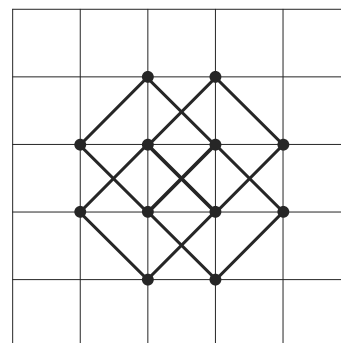
5 quadrados



2 quadrados



4 quadrados



**Resposta: D**

## QUESTÃO 21

Antonio tem um papagaio que faz contas fantásticas com números inteiros, mas não sabe nada sobre decimais. Quando Antonio sopra um número em seu ouvido, o papagaio multiplica esse número por 5, depois soma 14, divide o resultado por 6, finalmente subtrai 1 e grita o resultado. Se Antonio soprar o número 20, o número que o papagaio gritará será:

- a) oposto de 10.
- b) simétrico de 18.
- c) consecutivo de 18.
- d) antecessor de 22.
- e) oposto do oposto de 18.

## RESOLUÇÃO

A seguir seguem os cálculos feitos pelo papagaio:

1.º)  $20 \cdot 5 = 100$

2.º)  $100 + 14 = 114$

3.º)  $114 \div 6 = 19$

4.º)  $19 - 1 = 18$

18 é oposto do oposto de 18, pois o oposto do oposto de um número é o próprio número.

Resposta: E

## QUESTÃO 22

Escrevendo na forma mais simples a fração  $\frac{3\sqrt{20} + \sqrt{80} - 2\sqrt{45}}{8}$ , encontraremos:

- a)  $0,5\sqrt{5}$
- b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- c)  $0,25\sqrt{5}$
- d)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- e)  $5\sqrt{5}$

## RESOLUÇÃO

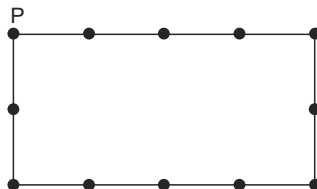
Simplificando a fração, temos:

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{20} + \sqrt{80} - 2\sqrt{45}}{8} &= \frac{3\sqrt{4} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}}{8} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}{8} = \\ &= \frac{6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5}}{8} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = 0,5\sqrt{5} \end{aligned}$$

Resposta: A

### QUESTÃO 23

Jorge passeia por um caminho em forma de retângulo, onde estão dispostas doze árvores com 5m de distância entre duas consecutivas, conforme representado na figura. Jorge brinca de tocar cada árvore durante seu passeio.

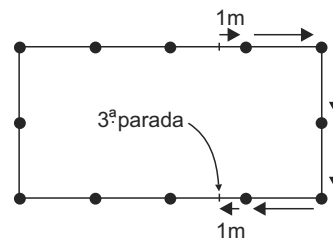
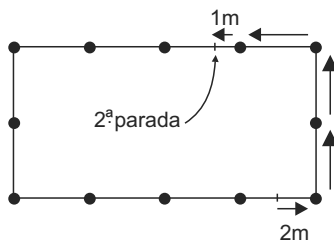
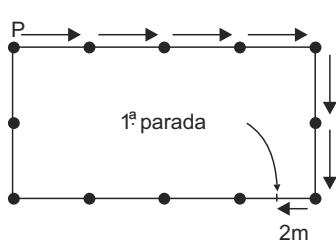


Primeiro ele toca a árvore do canto, assinalada por P na figura, e percorre 32m num mesmo sentido; então ele volta 18m e depois torna a andar para frente mais 22m. Em quantas árvores ele toca?

- a) 18                      b) 17                      c) 16                      d) 15                      e) 14

### RESOLUÇÃO

Caminhando 32m, no início ele toca em 7 árvores e para a 2m da última que tocou. Voltando 18m, ele toca em 4 árvores e para a 1m da última que tocou. Ao retornar os 22m ele toca em 5 árvores e para a 1m da última que tocou.



$$7 + 4 + 5 = 16 \text{ árvores}$$

**Resposta: C**

## QUESTÃO 24

Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R\$ 35,00	R\$ 0,50
B	R\$ 20,00	R\$ 0,80
C	0	R\$ 1,20

A partir de quantos minutos mensais de uso o plano A é mais vantajoso que os planos B e C:

- a) 50 minutos
- b) 49 minutos
- c) 51 minutos
- d) 52 minutos
- e) 48 minutos

### RESOLUÇÃO

Seja  $t$ , em minutos, o tempo de uso mensal.

O custo total, pelo plano A, é  $35 + 0,5t$ .

O custo total, pelo plano B, é  $20 + 0,8t$ .

O custo total, pelo plano C, é  $1,2t$ .

$$35 + 0,5t < 20 + 0,8t \Rightarrow t > 50$$

$$35 + 0,5t < 1,2t \Rightarrow t > 50$$

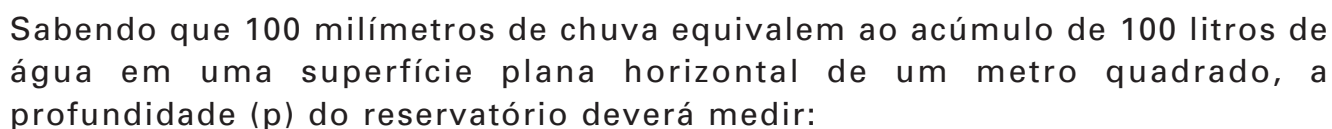
O plano A é mais vantajoso com um tempo de uso mensal maior que 50 minutos.

Observe que para 50 minutos e 1 segundo, o plano A já é mais vantajoso.

Resposta: C



Prevenindo-se contra o período anual de seca, um agricultor pretende construir um reservatório fechado, que acumule toda a água proveniente da chuva que cair no telhado de sua casa, ao longo de um período anual chuvoso. As ilustrações a seguir apresentam as dimensões da casa, a quantidade média mensal de chuva na região, em milímetros, e a forma do reservatório a ser construído.



- ## RESOLUÇÃO

**A superfície plana a ser considerada é a superfície retangular de dimensões 8 m e 10 m – observando-se que a quantidade de água que nela incide independe da forma do telhado.**

**Assim, temos que a área da superfície retangular é  $80 \text{ m}^2$ .**

**Do enunciado, 80 m<sup>2</sup> equivalem a um acúmulo de 80 . 100 litros de água (8 000 litros), ou seja, 8 m<sup>3</sup>, a cada 100 mm de chuva.**

**Do gráfico, a quantidade anual de chuva, em milímetros, é  $100 + 100 + 300 + 100 + 50 + 50 = 700$ . Então:**

mm ————— quantidade de água (m<sup>3</sup>)

100 8

**700**                      **x pertanto x = 56**

**Assim, em  $\text{m}^3$ , o volume do reservatório é tal que  $p \cdot 2 \cdot 4 = 56 \Rightarrow p = 7$**

**Resposta: D**

### QUESTÃO 26

A diferença entre dois números inteiros positivos é 10. Ao multiplicar um pelo outro, um estudante cometeu um engano, tendo diminuído em 4 o algarismo das dezenas do produto. Para conferir seus cálculos, dividiu o resultado obtido pelo menor dos fatores, obtendo 39 como quociente e 22 como resto. Podemos afirmar que o maior desses números é:

- a) 31                                  b) 35                                  c) 37  
d) 41                                  e) 43

### RESOLUÇÃO

Sendo  $a$  e  $b$ , com  $a > b$ , os números pedidos, temos:

$$\begin{cases} a = b + 10 & \text{(I)} \\ ab - 40 = 39b + 22 & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$(b + 10) \cdot b - 40 = 39b + 22$$

$$b^2 - 29b - 62 = 0$$

Logo,  $b = 31$  ou  $b = -2$  (não convém).

Como  $a = b + 10$ ,  $a = 41$

Assim, o maior desses números é 41.

Resposta: D

### QUESTÃO 27

Uma loja colocou o seguinte anúncio na vitrine:

“O preço de qualquer camisa colorida é o dobro do preço de qualquer camisa branca.”

Lineu foi a essa loja e comprou 4 camisas coloridas e algumas brancas. Quando foi efetuar o pagamento, notou um acréscimo de 50% no valor da compra e, então, viu que, na nota fiscal, as camisas estavam com suas quantidades trocadas. Nessas condições, quantas camisas brancas foram compradas por Lineu?

- a) 12                                  b) 13                                  c) 15  
d) 16                                  e) 18

### RESOLUÇÃO

Se  $b$  for o preço de uma camisa branca,  $2b$  o de uma camisa colorida e  $x$  o número de camisas brancas que Lineu comprou, então:

$$4 \cdot b + x \cdot 2b = 1,5 \cdot (4 \cdot 2b + x \cdot b) \Leftrightarrow 4 + 2x = 1,5(8 + x) \Leftrightarrow 0,5x = 12 - 4 \Leftrightarrow 0,5x = 8 \Leftrightarrow x = 16$$

Resposta: D

### QUESTÃO 28

Uma fazenda estende-se por dois municípios, A e B. A parte da fazenda que está em A ocupa 8% da área desse município. A parte da fazenda que está em B ocupa 1% da área desse município. Sabendo-se que a área do município B é dez vezes a área do município A, a razão entre a área da parte da fazenda que está em A e a área total da fazenda é igual a:

- a)  $\frac{2}{9}$       b)  $\frac{3}{9}$       c)  $\frac{4}{9}$       d)  $\frac{5}{9}$       e)  $\frac{7}{9}$

### RESOLUÇÃO

Sendo A a área do município A, B a área do município B e F a área da fazenda, temos:

$$\begin{cases} F = 8\% \cdot A + 1\% \cdot B \\ B = 10 \cdot A \end{cases} \Rightarrow F = 8\% \cdot A + 1\% \cdot 10 \cdot A \Leftrightarrow F = 18\% \cdot A$$

A razão entre a área da fazenda que está em A e a área total da fazenda é:

$$\frac{8\% \cdot A}{F} = \frac{8\% \cdot A}{18\% \cdot A} = \frac{4}{9}$$

Resposta: C

### QUESTÃO 29

Os estudantes de uma classe organizaram sua festa de final de ano, devendo cada um contribuir com R\$ 135,00 para as despesas. Como 7 alunos deixaram a escola antes da arrecadação e as despesas permaneceram as mesmas, cada um dos estudantes restantes teria de pagar R\$ 27,00 a mais. No entanto, o diretor, para ajudar, colaborou com R\$ 630,00. Quanto pagou cada aluno participante da festa?

- a) R\$ 136,00  
b) R\$ 138,00  
c) R\$ 140,00  
d) R\$ 142,00  
e) R\$ 144,00

### RESOLUÇÃO

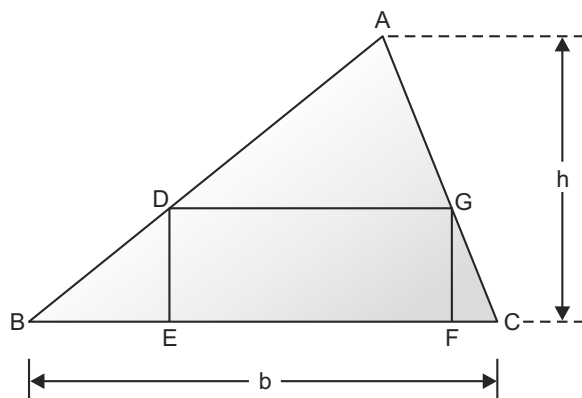
Se x é o número inicial de estudantes, então devemos ter, de acordo com o enunciado, que  $135x = (135 + 27) \cdot (x - 7) \Leftrightarrow x = 42$ .

A despesa, portanto, é, em reais, de  $135 \cdot 42 = 5\,670$ . Descontando a colaboração de R\$ 630,00, do diretor obtemos o valor de R\$ 5\,040,00 a ser pago por  $42 - 7 = 35$  estudantes. Assim caberá a cada um a importância de  $\frac{5\,040}{35} = 144$  reais.

Resposta: E

### QUESTÃO 30

O triângulo ABC tem altura  $h$  e base  $b$  (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo DEFG, cuja base é o dobro da altura.

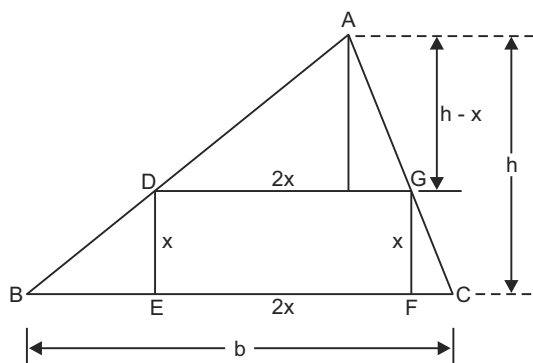


Nessas condições, a altura do retângulo, em função de  $h$  e  $b$ , é dada pela fórmula:

- a)  $\frac{bh}{h+b}$       b)  $\frac{2bh}{h+b}$       c)  $\frac{bh}{h+2b}$       d)  $\frac{bh}{2h+b}$       e)  $\frac{bh}{2(h+b)}$

### RESOLUÇÃO

Do enunciado, temos a figura:



Da semelhança dos triângulos ADG e ABC, temos:

$$\frac{2x}{b} = \frac{h-x}{h}$$

Logo:

$$2hx = bh - bx$$

$$2hx + bx = bh$$

$$x(2h + b) = bh \therefore x = \frac{bh}{2h + b}$$

Resposta: D